

Anhang 1

Daten- und Formelsammlung zum Buch

Physik der Halbleiterbauelemente

Daten- und Formelsammlung

Diese Datei sollte zweckmäßigerweise ausgedruckt und als handliche Formelsammlung parallel zur Arbeit mit dem Buch verwendet werden.¹

Zu Abschnitt 1: Grundlagen

Physikalische Konstanten und Umrechnungen

Frequenz ν und Wellenlänge λ des Lichts:	$c = \lambda\nu$ mit $c = 2,998 \cdot 10^8$ m/s
Elementarladung (q):	$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ As
Plancksche Konstante (h_{J} bzw. h):	$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js = $4,136 \cdot 10^{-15}$ eVs
Plancksche Konstante, geteilt durch 2π (h_{quer}):	$\hbar = 1,0546 \cdot 10^{-34}$ Js = $6,582 \cdot 10^{-16}$ eVs
Umrechnung der Energieeinheit Joule in Elektronenvolt (eV):	$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19}$ J
Boltzmann-Konstante (zur Umrechnung von Energien in Temperaturen) (k_{B_J} bzw. k_{B}):	$k_{\text{B}} = 1,3807 \cdot 10^{-23}$ J/K = $8,617 \cdot 10^{-5}$ eV/K
(Damit erhält man z.B. die der Temperatur 300 K (= 27 °C) entsprechende Energie ($k_{\text{B}}T$) zu	$k_{\text{B}}T = 0,02585$ eV.)
Masse des freien Elektrons (m_0):	$m_0 = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg
Dielektrizitätskonstante des Vakuums (ϵ_0):	$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ As/Vm
Avogadro-Konstante (N_{AvO}):	$N_{\text{A}} = 6,022 \cdot 10^{23}$ mol ⁻¹

Diese Größen sind auch in der MATLAB-Datei `konstanten.m` enthalten. Dort sind die Werte mit so vielen Stellen angegeben, wie sie gegenwärtig von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt publiziert werden. Beim praktischen Rechnen, zum Beispiel mit dem Taschenrechner, sind allerdings etwa vier gültige Stellen wie oben vollkommen ausreichend. (Die Bezeichnungen, die in `konstanten.m` verwendet werden, stehen bei den obigen Daten in Klammern.)

¹Die Substanzdaten wurden vorwiegend entnommen aus:
Madelung O (1996) *Semiconductors – Basic Data*. Springer, Berlin Heidelberg New York
Singh J (1994) *Semiconductor Devices*, McGraw-Hill, New York
Streetman B G und Banerjee S (2000) *Solid State Electronic Devices*. Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.

Aussagen der Quantenmechanik

(a) Zusammenhang zwischen Energie E und Frequenz ν beziehungsweise Wellenlänge λ eines Photons:

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV nm}}{\lambda}$$

(b) Zusammenhang Impuls – Wellenlänge – Wellenzahl eines Photons

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$$

(c) Zusammenhang Energie – Impuls eines Photons

$$E = cp$$

(d) Wechselwirkung von Licht mit Materie

- drei Elementarprozesse: spontane Emission, induzierte Emission, Absorption.
- Energiesatz bei der Emission und Absorption von Licht

$$E_1 - E_2 = h\nu$$

(e) Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation:

$$\Delta x \Delta p > \hbar$$

(f) Pauli-Prinzip:

In einem quantenmechanischen Zustand dürfen sich maximal zwei Elektronen aufhalten.

Bohrsches Atommodell

Energien und Bohrsche Radien des Wasserstoffatoms:

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_n}, \quad a_n = n^2 \hbar^2 \frac{4\pi\epsilon_0}{m_0 e^2}$$

Zahlenwerte für die erste Bohrsche Bahn ($n = 1$):

$$E_B = -13,6 \text{ eV}, \quad a_B = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Freie Elektronen

Zusammenhang Energie – Impuls für freie Elektronen:

$$E = \frac{m_0}{2} v^2 = \frac{p^2}{2m_0} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}$$

Zusammenhang Impuls – Wellenlänge – Wellenzahl für Elektronen (DE BROGLIE-Beziehung):

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$$

Aufbau der Atome und Periodensystem: Periodensystem siehe letzte Seite

Kristallstrukturen und Geometrie

Tabelle D.1. Gitterkonstanten und Dichten einiger Halbleiter bei Zimmertemperatur. Galliumnitrid hat Wurtzit-Struktur (hexagonal), daher zwei unterschiedliche Gitterkonstanten

Halbleiter	a_0/nm	ρ/cm^{-3}
Silizium	0,5431	2,329
Germanium	0,5658	5,323
GaP	0,5450	4,138
AlP	0,5464	2,40
AlAs	0,5660	3,760
GaAs	0,5653	5,318
InP	0,5869	4,81
InAs	0,6058	5,667
InSb	0,6479	5,775
GaN	0,3189/5,185	6,15

Zusammenhang der Dichte ρ mit molarer Masse μ und Atomvolumen V_{Atom}

$$\rho = \frac{\mu}{V_{\text{Atom}} \cdot N_A} = \frac{N_{\text{EZ}} \cdot \mu}{V_{\text{EZ}} \cdot N_A} = n_{\text{Atom}} \frac{\mu}{N_A}$$

Atomare Masseneinheit u :

$$1 u = 1 \text{ g mol}^{-1} / N_A = 1 \text{ g mol}^{-1} / 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 1,661 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

Zu Abschnitt 2: Bänderstruktur und Ladungstransport

Grundlegende Halbleiterparameter und berechnete Größen

Tabelle D.2. Zusammenstellung von Daten (Alle Angaben beziehen sich auf 300 K) (auch den MATLAB-Dateien *Silizium.m*, *Germanium.m* usw. enthalten)

- E_g Breite der verbotenen Zone (Gapenergie),
 - ϵ relative Dielektrizitätskonstante,
 - m_e/m_0 effektive Masse der Elektronen im Leitungsband,
 - v_e Zahl der Leitungsbandminima (= 1 bei direkten Halbleitern),
 - N_c effektive Konzentration der Elektronen im Leitungsband nach (2.17),
 - m_h/m_0 effektive Masse der Löcher im Valenzband,
 - N_v effektive Konzentration der Löcher im Valenzband nach (2.18),
 - n_i intrinsische Ladungsträgerkonzentration nach (2.23).
- N_c , N_v und n_i sind berechnete Größen, die anderen Daten sind Materialparameter.

	E_g in eV	ϵ	$\frac{m_e}{m_0}$	v_e	N_c in cm^{-3}	$\frac{m_h}{m_0}$	N_v in cm^{-3}	n_i in cm^{-3}
Si	1,12	11,4	0,32	6	$2,73 \cdot 10^{19}$	0,57	$1,08 \cdot 10^{19}$	$6,71 \cdot 10^9$
Ge	0,66	15,4	0,22	4	$1,04 \cdot 10^{19}$	0,36	$5,42 \cdot 10^{18}$	$2,14 \cdot 10^{13}$
GaP	2,26	11,2	0,58	3	$3,33 \cdot 10^{19}$	0,54	$9,96 \cdot 10^{18}$	1,892
AlP	2,45	10,9	0,55	3	$3,07 \cdot 10^{19}$	0,70	$1,47 \cdot 10^{19}$	0,560
AlAs	2,15	10,1	0,34	3	$1,49 \cdot 10^{19}$	0,80	$1,80 \cdot 10^{19}$	14,3
GaAs	1,424	12,4	0,066	1	$4,25 \cdot 10^{17}$	0,54	$9,96 \cdot 10^{18}$	$2,25 \cdot 10^6$
InP	1,34	12,5	0,077	1	$5,36 \cdot 10^{17}$	0,64	$1,28 \cdot 10^{19}$	$1,46 \cdot 10^7$
InAs	0,354	15,2	0,024	1	$9,33 \cdot 10^{16}$	0,406	$6,49 \cdot 10^{18}$	$8,27 \cdot 10^{14}$
InSb	0,18	15,9	0,0136	1	$3,98 \cdot 10^{16}$	0,6	$1,17 \cdot 10^{19}$	$2,10 \cdot 10^{16}$
GaN ^a	3,39	8,9	0,20	1	$2,24 \cdot 10^{18}$	0,8	$1,80 \cdot 10^{19}$	$2,13 \cdot 10^{10}$

^a hexagonales GaN

Eigenleitende Halbleiter

Zustandsdichte der Elektronen im Leitungsband pro Energieintervall $d\mathcal{E}$:

$$g_c(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \sim v_e (m_e)^{3/2} \sqrt{\mathcal{E}} d\mathcal{E}$$

Dabei sind: v_e – die Zahl der Leitungsbandminima, m_e – die effektive Masse der Elektronen, $\mathcal{E} = E - E_c$ – der Abstand der Energie vom Leitungsbandrand E_c ,

Analoge Beziehungen gelten für die Löcher im Valenzband; dort zählt die Energie $\mathcal{E} = E_v - E$ nach unten.

Fermi-Verteilungsfunktion der Elektronen und Löcher:

$$f_c(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)} \quad \text{und} \quad f_h(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{k_B T}\right)}$$

Elektronenkonzentration im Leitungsband; Löcherkonzentration im Valenzband (Annahme: keine Entartung)

$$n = N_c e^{\frac{E_F - E_c}{k_B T}} \quad \text{und} \quad p = N_v e^{\frac{E_v - E_F}{k_B T}}$$

Dabei sind E_F die Fermi-Energie und

$$N_c = 2v_e \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \quad \text{und} \quad N_v = 2 \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

die effektiven Zustandsdichten der Leitungs- und Valenzbandzustände.

Massenwirkungsgesetz der Elektronen und Löcher:

$$n \cdot p = n_i^2 = N_c N_v e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

n_i ist die intrinsische Ladungsträgerkonzentration und $E_g = E_c - E_v$ die Gapenergie.

Fermi-Energie:

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c}$$

Halbleiter mit Störstellen

Energie und Bohrscher Radius des Grundzustands:

$$E_e = E_c - E_D = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a_e} = 13,6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{m_e}{m_0}\right) \frac{1}{\epsilon^2}$$

$$a_e = \hbar^2 \cdot \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0}{m_e e^2} = a_B \left(\frac{\epsilon}{m_e} \right) = 5,29 \left(\frac{\epsilon}{m_0} \right) \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$

ϵ ist die relative Dielektrizitätskonstante, m_e die effektive Masse der Elektronen.

Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration (Beispiel: Donatoren):

$$n = \frac{N_D^+}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_D^+}{2} \right)^2 + n_i^2}.$$

N_D^+ ist die Konzentration der nicht besetzten (ionisierten) Donatoren.

1) *extrem tiefe Temperaturen:*

Alle Elektronen sind an Störstellen gebunden.

2) *tiefe Temperaturen* (aber noch bei ca. unter 100 K): *Störstellenreserve:*

$$n = \sqrt{N_c \frac{N_D}{g}} \cdot \exp\left(-\frac{E_e}{2k_B T}\right), \quad \text{wobei } E_e = E_c - E_D.$$

Fermi-Energie:

$$E_F = \frac{E_D + E_c}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_D}{g N_c},$$

3) *mittlere Temperaturen* (etwa Zimmertemperatur): *Störstellenschöpfung:*

$$n = N_D$$

4) *sehr hohe Temperaturen* (oberhalb Zimmertemperatur):

$$n \approx n_i \text{ (Eigenleitung wie beim reinen Halbleiter).}$$

Die Bewegung von Ladungsträgern

Gesamtstrom, bestehend aus Drift- und Diffusionsanteil, jeweils für Elektronen (Index e) und Löcher (Index h):

$$j_e(x) = e\mu_e n(x) \mathcal{E}(x) + eD_e \frac{dn(x)}{dx}$$

$$j_h(x) = e\mu_h p(x) \mathcal{E}(x) - eD_h \frac{dp(x)}{dx}$$

Zusammenhang Driftgeschwindigkeit v_d mit Beweglichkeit μ :

$$v_d^h = \mu_h \mathcal{E} \quad \text{und} \quad v_d^e = -\mu_e \mathcal{E}$$

Zusammenhang Leitfähigkeit σ mit Beweglichkeit μ :

$$\sigma_h = e\mu_h p \quad \text{und} \quad \sigma_e = e\mu_e n$$

Zusammenhang Diffusionskoeffizient mit Beweglichkeit (Einstein-Beziehung):

$$D_e = \frac{\mu_e k_B T}{e} \quad \text{und} \quad D_h = \frac{\mu_h k_B T}{e}$$

Werte für die Beweglichkeit in Silizium können aus Abb. D.1 entnommen werden.

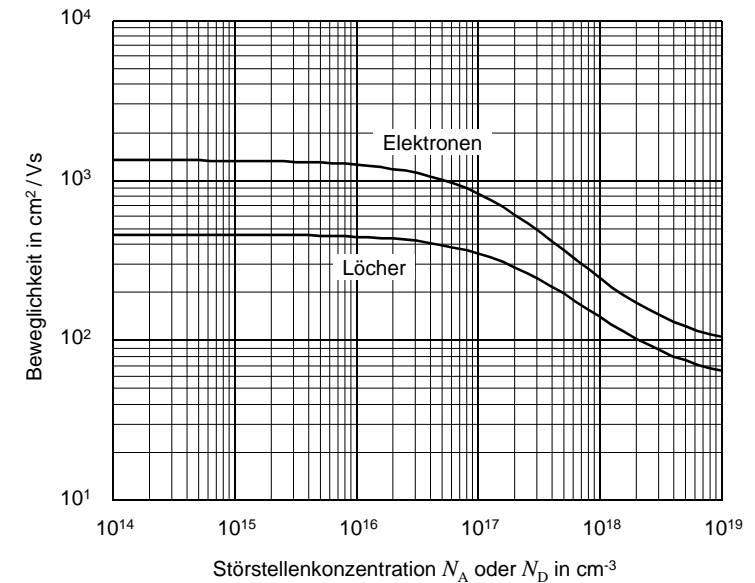


Abb. D.1 Beweglichkeit im Silizium bei Zimmertemperatur in Abhängigkeit von der Dotierung

Diese Angaben sind auch in den MATLAB-Dateien Mye.m und Myh.m enthalten
In Tabelle D.3. sind die maximalen Beweglichkeiten anderer Halbleiter aufgeführt

Tabelle D.3. Beweglichkeiten von Elektronen und Löchern in Halbleitern bei 300 K
Aufgetragen ist die maximale Beweglichkeit (also im Bereich der Eigenleitung, sofern messbar)

	μ_e in cm^2/Vs	μ_h in cm^2/Vs
Si	1340	461
Ge	3900	1900
GaP	160	135
AlP	80	–
AlAs	160	135
GaAs	8500	400
InP	5370	150
InAs	33000	450
InSb	$6 \cdot 10^5$	1700
GaN ^a	1000	30

^a hexagonales GaN

Hall-Effekt

Hall-Spannung durch Strom I im Magnetfeld B , wenn der Strom senkrecht zum Feld fließt

$$U_H = R_H \frac{I B}{b}$$

Hall-Koeffizient (Vorzeichen + für Elektronen, – für Löcher)

$$R_H = \frac{1}{\pm en}$$

Generation und Rekombination

Rekombinationsmechanismen

1. Effektive Rekombinationsrate bei Band-Band-Rekombination im Gleichgewicht

$$R_s^{\text{eff}} \equiv R_s - G_s = \frac{np - n_0 p_0}{\tau_s}$$

(Rekombinationszeitkonstante τ_s für strahlende Prozesse, Gleichgewichtskonzentrationen n_0 und p_0)

Für $n_0 \gg p_0$:

$$\frac{d\Delta p}{dt} = R_s^{\text{eff}} = \frac{n\Delta p}{\tau_s} \equiv \frac{\Delta p}{\tau_h}$$

2. Nichtstrahlende Rekombination über tiefe Zentren (SHOCKLEY-READ-HALL-Gleichung)

$$R_{\text{ns}}^{\text{eff}} = \frac{np - n_i^2}{\tau_{\text{ns}}(n + p)}$$

3. Nichtstrahlende Rekombination durch Auger-Prozesse

$$R_{\text{Auger}} = c_A n^3,$$

c_A ist ein Proportionalitätsfaktor.

Kontinuitätsgleichungen

Zeitliche Änderung der Ladungsträgerdichten:

$$e \frac{\partial n}{\partial t} = \text{div } \mathbf{j}_e + e(G - R)_e$$

$$e \frac{\partial p}{\partial t} = -\text{div } \mathbf{j}_h + e(G - R)_h$$

Die Differenz $(G - R)_{e/h}$ ist die effektive Generations-/Rekombinationsrate.

Zu Abschnitt 3: pn-Übergänge

pn-Übergang ohne und mit äußerer Spannung

Modell abrupter Raumladungsgebiete (Abb. D.2)

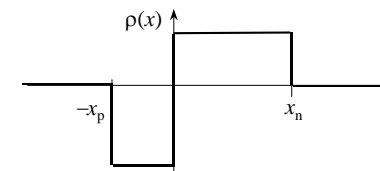


Abb. D.2 Raumladung im Modell abrupter Raumladungsgebiete

Breite des Raumladungsgebiets

$$b = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0}{e}} \sqrt{\frac{N_D + N_A}{N_D N_A}} \sqrt{U_D - U}.$$

Diffusionsspannung

$$U_D = \frac{k_B T}{e} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2}.$$

Diffusionslängen

$$L_e = \sqrt{D_e \tau_e} \quad \text{und} \quad L_h = \sqrt{D_h \tau_h}$$

τ_e und τ_h sind die Rekombinationszeiten der Elektronen bzw. Löcher..

Strom-Spannungs-Kennlinie (Shockley-Gleichung)

$$j = \left(\frac{eD_e}{L_e} n_0 + \frac{eD_h}{L_h} p_0 \right) \left(e^{\frac{eU}{k_B T}} - 1 \right) = j_s \left(e^{\frac{eU}{k_B T}} - 1 \right).$$

Sperrstrom oder *Sättigungsstrom* bei einer langen Diode in zwei verschiedenen Schreibweisen:

$$j_s = n_i^2 \left(\frac{eD_e}{L_e N_A} + \frac{eD_h}{L_h N_D} \right) = n_i^2 k_B T \left(\frac{\mu_e}{L_e N_A} + \frac{\mu_h}{L_h N_D} \right)$$

Sperrstrom bei einer kurzen Diode (X_p und X_n sind die Ausdehnungen des p- bzw. n-Gebiets, x_p und x_n sind die Ausdehnungen der p- bzw. n-seitigen Sperrschicht):

$$j_s = \frac{eD_e}{(X_p - x_p)} n_0 + \frac{eD_h}{(X_n - x_n)} p_0$$

Kapazität eines pn-Übergangs

a) Sperrschichtkapazität

$$C_s = \frac{\epsilon\epsilon_0}{b} A$$

b) Diffusionskapazität (starke p-Dotierung)

$$C_D = \frac{e}{k_B T} \tau_h j_h A.$$

Differentieller Leitwert eines pn-Übergangs

$$Y = \frac{1}{r} = A \frac{e}{k_B T} j(U).$$

Zu Abschnitt 4: Optoelektronische Bauelemente

Lumineszenz

Spektralabhängigkeit der Lumineszenzstrahlung in direkten Halbleitern:

$$I_{sp}(h\nu) = \text{const}' \cdot \sqrt{h\nu - E_g} \exp\left(-\frac{h\nu - E_g}{k_B T}\right).$$

Innere Injektionseffizienz (wenn die Emission aus dem p-dotierten Bereich kommt):

$$\gamma_i = \frac{\text{Elektronenstrom}}{\text{Gesamtstrom}} = \frac{j_e}{j_e + j_h}.$$

Totaler innerer Quantenwirkungsgrad:

$$\eta_{\text{int}} = \eta_r \gamma_i = \frac{\text{strahlende Rekombinationsrate}}{\text{nichtstrahlende Rekombinationsrate}} \cdot \gamma_i = \frac{1}{1 + \frac{\tau_r}{\tau_{\text{nr}}}} \gamma_i.$$

Äußerer Quantenwirkungsgrad (Verhältnis von insgesamt emittiertem Photonenstrom zu eingespeistem elektrischen Strom):

$$\eta_{\text{ext}} = \eta_{\text{int}} C_{\text{ex}} = \frac{j_{\text{ph}}}{j_{\text{eh}} / e}$$

C_{ex} ist die *Austrittseffizienz*.

Leistungseffizienz:

$$P_E = \frac{\text{abgestrahlte Lichtleistung}}{\text{aufgenommene elektrische Leistung}} = \frac{h\nu j_{\text{ph}}}{U j_{\text{eh}}} = \frac{h\nu}{eU} \eta_{\text{ext}}.$$

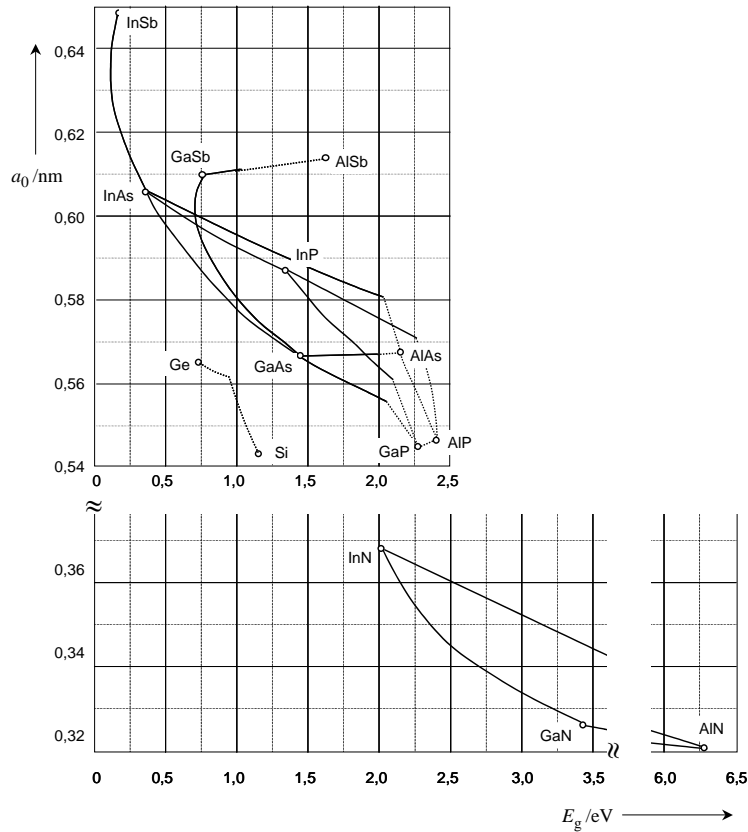


Abb. D.3 Gapenergien und Gitterkonstanten von Halbleiter-Mischreihen. Durchgezogene Linien: direkte, gestrichelte Linien: indirekte Halbleiter

Zusammenhang von Strahlstärke $I_e(\lambda)$ mit der Lichtstärke $I_v(\lambda)$ über die spektrale Empfindlichkeit des Auges $V(\lambda)$:

$$I_v(\lambda) = I_e(\lambda) \cdot V(\lambda) \cdot V_{\max} = I_e(\lambda) \cdot V(\lambda) \cdot 683 \text{ lm/W} .$$

$$[I_e] = \text{W / sr} ; \quad [I_v] = \text{lm / sr} = \text{cd} .$$

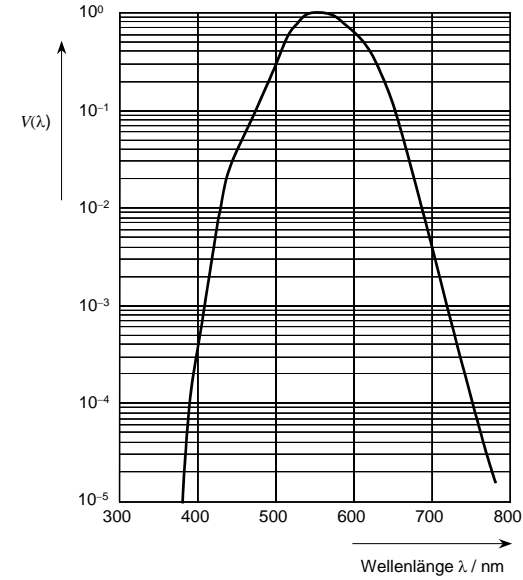


Abb. D.4 Spektrale Empfindlichkeit $V(\lambda)$ des Auges bei Tag

Emissions- und Absorptionsraten

Spontane Emissionsrate:

$$I_{sp} = w_{eh} g_{eh}(h\nu) f_e(\epsilon_e) f_h(\epsilon_h) .$$

Absorptionsrate:

$$I_{abs} = w_{eh} g_{eh}(h\nu) [1 - f_e(\epsilon_e)][1 - f_h(\epsilon_h)] .$$

Gewinn (Voraussetzung für Laserbetrieb):

$$g = I_{sp} - I_{abs} = w_{eh} g_{eh}(h\nu) \{ f_e - (1 - f_h) \} .$$

Absorption

Abnahme des Photonenstroms (bzw. der Lichtintensität) mit der Eindringtiefe x :

$$j_{ph}(x) = j_{ph}(0)e^{-\alpha x} \quad (\alpha \text{ ist der Absorptionskoeffizient.})$$

Energieflussdichte (Leistungsdichte) des Lichtstrahls:

$$P_{opt}(x) = \text{Photonenstromdichte} \cdot \text{Photonenenergie} = j_{ph}(x)h\nu$$

Optische Generationsrate (Erzeugungsrate) pro Volumeneinheit von Elektronen und Löchern an der Stelle x:

$$\frac{\Delta n}{\tau_e} = G(x) = \alpha j_{ph}(x)$$

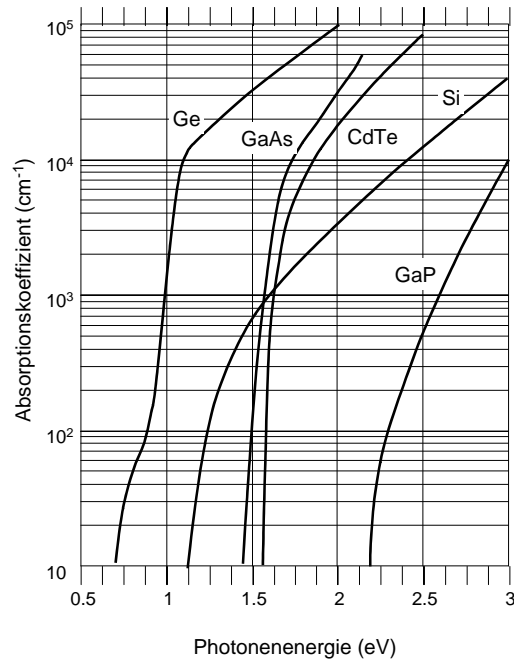


Abb. D.5 Absorptionskoeffizienten verschiedener Halbleiter

Empfindlichkeit

$$R_{ph} = \frac{j_{eh}}{P_{opt}}$$

Quantenwirkungsgrad:

$$\eta_Q = \frac{\text{Teilchenstrom der Elektronen bzw. Löcher}}{\text{Photonenstrom}} = \frac{j_{eh}/e}{j_{ph}} = R_{ph} \frac{h\nu}{e}$$

Photodetektoren

Photostromdichte im Photoleiter:

$$j = e\Delta n(\mu_e + \mu_h)\mathcal{E} = eG(\tau_e\mu_e + \tau_h\mu_h)\mathcal{E}$$

Kennliniengleichung der Photodiode:

$$j = -j_{opt} + j_0 \left(e^{\frac{eU}{k_B T}} - 1 \right) = -e(L_e + L_h)G + j_0 \left(e^{\frac{eU}{k_B T}} - 1 \right)$$

Solarzellen

Konversionseffizienz und Füllfaktor:

$$\eta_{Konv} = \frac{P_{optim}}{P_{in}} = \frac{I_{optim}U_{optim}}{P_{in}} \quad F = \frac{I_{optim}U_{optim}}{I_K U_L}$$

I_K ist der Kurzschlussstrom, I_{optim} der optimale Strom und U_{optim} die optimale Spannung.

Zu Abschnitt 5: Bipolartransistoren

Verstärkungsfaktoren

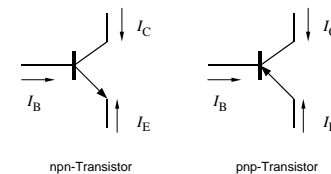


Abb. D.6 Richtungsvereinbarungen für die Ströme am Transistor

Gleichstromverstärkung in Basisschaltung und in Emitterschaltung

$$\alpha = \frac{\text{Kollektorstrom}}{\text{Emitterstrom}} = \frac{-I_C}{I_E}, \quad \beta = \frac{\text{Kollektorstrom}}{\text{Basisstrom}} = \frac{I_C}{I_B}.$$

Emitterergiebigkeit

$$\gamma = \frac{\text{in die Basis vom Emitter injizierter Elektronenstrom}}{\text{gesamter Emitterstrom}}$$

Basis-Transportfaktor

$$B = \frac{\text{Kollektorstrom}}{\text{in die Basis injizierter Elektronenstrom}}.$$

Verknüpfungen: $\beta = \alpha/(1 - \alpha)$, $\alpha = B\gamma$

Einfache Näherung für die Stromverstärkung

$$\beta = \frac{D_B n_0^B L_E}{D_E p_0^E w} = \frac{\mu_B N_E L_E}{\mu_E N_B w}.$$

Bei kurzem Emittergebiet (Breite $w_E < L_E$) ist die Diffusionslänge der Löcher im Emitter L_E durch w_E zu ersetzen.

Ebers-Moll-Gleichungen

$$j^E = -j_{ES} \left(e^{\frac{eU_{EB}}{k_B T}} - 1 \right) + \alpha_R j_{CS} \left(e^{\frac{eU_{CB}}{k_B T}} - 1 \right)$$

$$j^C = \alpha_V j_{ES} \left(e^{\frac{eU_{EB}}{k_B T}} - 1 \right) - j_{CS} \left(e^{\frac{eU_{CB}}{k_B T}} - 1 \right)$$

oder ausführlich geschrieben (mit $a = w/L_B$):

$$\begin{aligned} j^E &= -j_{ES} \left(e^{\frac{eU_{EB}}{k_B T}} - 1 \right) + \alpha_R j_{CS} \left(e^{\frac{eU_{CB}}{k_B T}} - 1 \right) \\ &= - \left(\frac{eD_B}{L_B} n_0^B \coth a + \frac{eD_E}{L_E} p_0^E \right) \left(e^{\frac{eU_{EB}}{k_B T}} - 1 \right) + \frac{eD_B}{L_B} n_0^B \left(e^{\frac{eU_{CB}}{k_B T}} - 1 \right) \\ j^C &= \alpha_V j_{ES} \left(e^{\frac{eU_{EB}}{k_B T}} - 1 \right) - j_{CS} \left(e^{\frac{eU_{CB}}{k_B T}} - 1 \right) \\ &= \frac{eD_B}{L_B \sinh a} n_0^B \left(e^{\frac{eU_{EB}}{k_B T}} - 1 \right) - \left(\frac{eD_B}{L_B} n_0^B \coth a + \frac{eD_C}{L_C} p_0^C \right) \left(e^{\frac{eU_{CB}}{k_B T}} - 1 \right) \end{aligned}$$

Vorwärts- und Rückwärtsstromverstärkung:

$$\alpha_V = \frac{1}{\cosh a + r_{EB} \sinh a}, \quad \alpha_R = \frac{1}{\cosh a + r_{CB} \sinh a}.$$

Allgemeine Form der Stromverstärkung in Basisschaltung:

$$\beta = \frac{1}{\cosh a + r_{EB} \sinh a - 1}.$$

mit

$$r_{EB} = \frac{D_E p_0^E L_B}{D_B n_0^B L_E}, \quad (r_{CB} \text{ analog}).$$

Kennlinienfelder

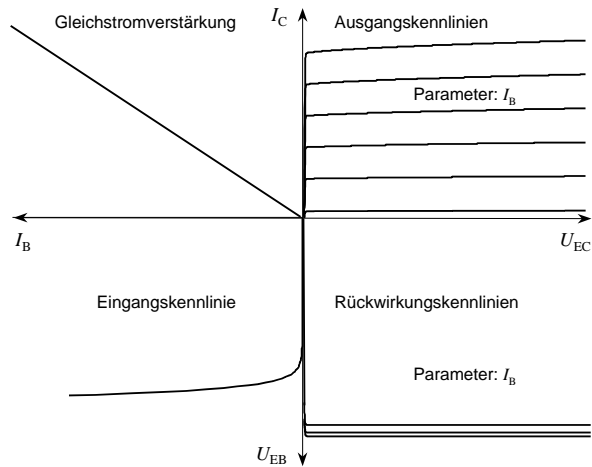


Abb. D.7 Kennlinienfelder in Emitterschaltung

Die Berechnung der Kennlinien ist mittels MATLAB-Programm npn_basis.m (Basisschaltung) bzw. npn_emit.m (Emitterschaltung) möglich.

Zu Abschnitt 6: Metall-Halbleiter-Kontakte und Feldeffekt-Transistoren

Schottky-Dioden

Breite des Raumladungsgebiets:

$$b = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0}{e}} \sqrt{\frac{1}{N_D}} \sqrt{U_D - U}$$

Sperrschichtkapazität

$$C_s = A \sqrt{\frac{e\epsilon\epsilon_0}{2} \frac{N_D}{(U_D - U)}}$$

Kennliniengleichung

$$j = j_s \left(e^{\frac{eU}{k_B T}} - 1 \right)$$

Sperrstromdichte

$$j_s = R^* \cdot T^2 e^{-\frac{e\Phi_B}{k_B T}}$$

(R^* ist die Richardson-Konstante, Φ_B die Barrierenhöhe zwischen Metall und Halbleiter). Größenordnung von $R^* = 120 \text{ A cm}^{-2} \text{ K}^{-2}$ (mal halbleiterspezifischem Faktor)

MOSFETs

Kennliniengleichung eines MOSFET im Ladungssteuerungsmodell:

(MATLAB: mos_kenn1_0.m)

$$I = \frac{\bar{\mu}_e C_G}{L^2} \left\{ (U_G - U_{th}) U_{DS} - \frac{1}{2} U_{DS}^2 \right\} = \bar{\mu}_e c \frac{w}{L} \left((U_G - U_{th}) U_{DS} - \frac{1}{2} U_{DS}^2 \right)$$

Kennliniengleichung in gradual channel approximation

(MATLAB: mos_kenn1.m, mit Funktions-Unterprogramm phi_inv.m)

$$I = \bar{\mu}_e c_{Iso} \frac{w}{L} \left\{ \left(U_G - U_{fb} - \Phi_{inv} - \frac{U_{DS}}{2} \right) U_{DS} - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{2\epsilon_{HL}\epsilon_0 e N_A}}{c_{Iso}} \left[(U_{DS} + \Phi_{inv})^{3/2} - \Phi_{inv}^{3/2} \right] \right\}$$

Inversionsbedingung:

Trägerdichte an der Grenzschicht = Akzeptorkonzentration (bei p-leitenden Materialien), d.h. $n_{gr} = p^\infty = N_A$.

Inversionspotential:

$$e\Phi_{inv} = 2k_B T \ln \frac{N_A}{n_i}$$

Flachbandspannung: $U_{fb} = (\Phi_M - \Phi_{HL})$

Aufteilung der Gate-Spannung:

$$U_G = U_{fb} + U_{Iso} + U_{HL}$$

Flächenbezogene Kapazität des Isolators

$$c_{Iso} = \frac{\epsilon_{Iso} \epsilon_0}{d_{Iso}}$$

Kapazität pro Fläche bei Akkumulation

$$c_{MOS} = \frac{c_{Iso}}{\sqrt{1 + \frac{2c_{Iso}^2 \epsilon_{Iso} U_G}{\epsilon_{HL} \epsilon_0 e N_A}}}$$

Breite der Raumladungsschicht bei Inversion:

$$b_{max} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{HL} \epsilon_0 \Phi_{inv}}{e N_A}}$$

Spannungsabfall an der Halbleiter-Grenzschicht bei Inversion:

$$U_{HL} = \frac{e N_A}{2\epsilon_{HL} \epsilon_0} b_{max}^2 = \Phi_{inv}$$

Sperrschicht-FET

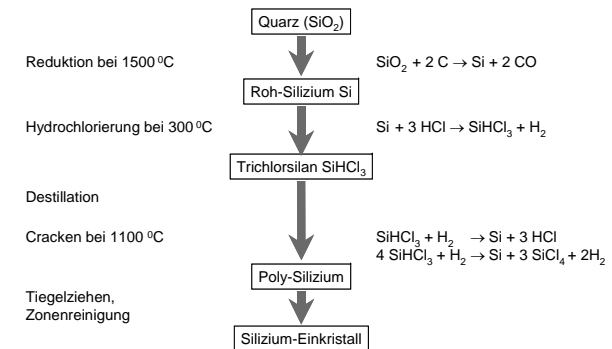
Kennliniengleichung eines JFET (Druckfehler bei Gl. 6.78 und 6.79!):

$$I = \frac{a w e \mu N_D}{L} \left\{ U_{DS} - \frac{4}{3} \frac{(U_D - U_G + U_{DS})^{3/2} - (U_D - U_G)^{3/2}}{U_p^{1/2}} \right\}$$

$$\text{mit } U_p^{1/2} = a \sqrt{\frac{e N_D}{2\epsilon \epsilon_0}}$$

Zu Abschnitt 7: Halbleitertechnologie

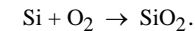
Herstellung von Rohsilizium



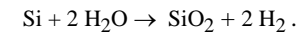
Herstellung und Bearbeitung der Halbleiterscheiben (Wafer)

Oxidation

Trockenverfahren:

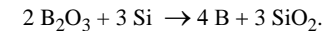


Nassverfahren:



Dotieren

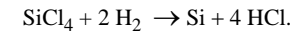
Beispiel: Bor-Dotierung durch *Diffusion*



Epitaxie

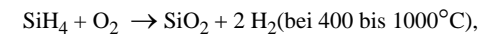
Beispiele für *CVD-Verfahren*

Silizium-Abscheidung aus Siliziumtetrachlorid

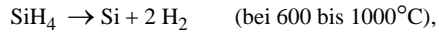


Silan-Pyrolyse

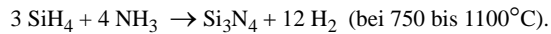
Siliziumoxid



Poly-Silizium oder kristallines Silizium



Siliziumnitrid:



Reinraumtechnik

Tabelle D.4. Zulässige Teilchenkonzentration in Reinräumen

Klasse	Partikel pro Kubikfuß ^a bzw. pro Kubikmeter		
	0,1 µm	0,5 µm	5 µm
1 (M 1,5)	35/ft ³ = 1,24 · 10 ³ m ⁻³	1/ft ³ = 35,3 m ⁻³	
10 (M 2,5)	3,50 · 10 ² /ft ³ = 1,24 · 10 ⁴ m ⁻³	10/ft ³ = 353 m ⁻³	
100 (M 3,5)		100/ft ³ = 3,53 · 10 ³ m ⁻³	
1 000 (M 4,5)		1 000/ft ³ = 3,53 · 10 ⁴ m ⁻³	7/ft ³ = 2,47 · 10 ² m ⁻³
10 000 (M 5,5)		10 000/ft ³ = 3,53 · 10 ⁵ m ⁻³	70/ft ³ = 2,47 · 10 ³ m ⁻³
100 000 (M 6,5)		100 000/ft ³ = 3,53 · 10 ⁶ m ⁻³	700/ft ³ = 2,47 · 10 ⁴ m ⁻³

^a Hinweis: 1 ft (1 Fuß) = 30,48 cm; 1 ft³ = 0,02832 m³; 1 ft⁻³ = 35,3 m⁻³

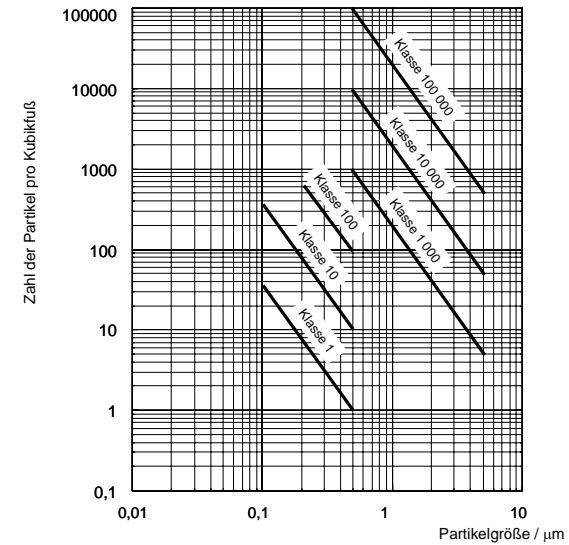
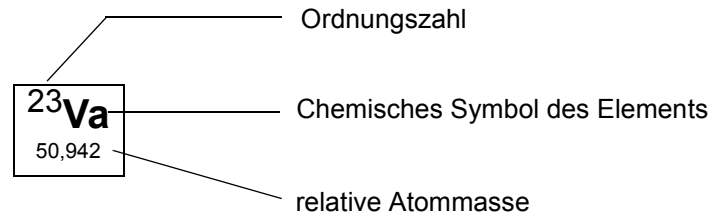


Abb. D.8 Reinraumklassen (nach U.S. Fed. Standard 209E)

Periodensystem der chemischen Elemente

(ohne Lanthaniden und Actiniden)



I		II										III		IV	V	VI	VII	VIII
1 H 1,0079																		2 He 4,0026
3 Li 6,941	4 Be 9,0122											5 B 10,811	6 C 12,011	7 N 14,007	8 O 15,999	9 F 18,998	10 Ne 20,180	
11 Na 22,990	12 Mg 24,305											13 Al 26,982	14 Si 28,086	15 P 30,974	16 S 32,066	17 Cl 35,453	18 Ar 39,948	
19 K 39,098	20 Ca 40,078	21 Sc 44,956	22 Ti 47,867	23 Va 50,942	24 Cr 51,996	25 Mn 54,938	26 Fe 55,845	27 Co 58,933	28 Ni 58,693	29 Cu 63,546	30 Zn 65,39	31 Ga 69,723	32 Ge 72,61	33 As 74,922	34 Se 78,96	35 Br 79,904	36 Kr 83,80	
37 Rb 85,468	38 Sr 87,62	39 Y 88,906	40 Zr 91,224	41 Nb 92,906	42 Mb 95,94	43 Tc (98)	44 Ru 101,07	45 Rh 102,91	46 Pd 106,42	47 Ag 107,87	48 Cd 112,41	49 In 114,82	50 Sn 118,71	51 Sb 121,76	52 Te 127,60	53 I 126,90	54 Xe 131,29	
55 Cs 132,91	56 Ba 137,33	57 La 138,91	72 Hf 178,49	73 Ta 180,95	74 W 183,84	75 Re 186,21	76 Os 190,23	77 Ir 192,22	78 Pt 195,08	79 Au 195,08	80 Hg 200,59	81 Tl 204,38	82 Pb 207,2	83 Bi 208,98	84 Po (209)	85 At (210)	86 Rn (222)	
87 Fr (223)	88 Ra (226)	89 Ac (227)																

→ Lanthaniden (Ordnungszahlen 58 bis 71)

→ Actiniden (Ordnungszahlen ab 90)